

大阪大学(理・前)2014年第5問

さいころを繰り返し投げ、 n 回目に出た目を X_n とする。 n 回目までに出た目の積 $X_1X_2\cdots X_n$ を T_n で表す。 T_n を5で割った余りが1である確率を p_n とし、余りが2,3,4である確率を q_n とする。

- (1) $p_n + q_n$ を求めよ。
- (2) p_{n+1} を p_n と n を用いて表せ。
- (3) $r_n = \left(\frac{6}{5}\right)^n p_n$ とにおいて r_n を求めることにより、 p_n を n の式で表せ。

京都大学(理・前)1992年第4問

サイコロを繰り返し n 回振って、出た目の数を掛け合わせた積を X とする。

すなわち、 k 回目に出た目の数を Y_k とすると、 $X = Y_1Y_2\cdots Y_n$

- (1) X が3で割り切れる確率 p_n を求めよ。
- (2) X が6で割り切れる確率 q_n を求めよ。

北海道大学(理・前)2013年第4問

次の規則に従って座標平面を動く点Pがある。2個のサイコロを同時に投げて出た目の積を X とする。

- (i) X が4の倍数ならば、点Pは x 軸方向に -1 動く。
- (ii) X が4で割った余りが1ならば、点Pは y 軸方向に -1 動く。
- (iii) X が4で割った余りが2ならば、点Pは x 軸方向に $+1$ 動く。
- (iv) X が4で割った余りが3ならば、点Pは y 軸方向に $+1$ 動く

たとえば、2と5が出た場合には $2 \cdot 5 = 10$ を4で割った余りが2であるから、点Pは x 軸方向に $+1$ 動く。

以下のいずれの問題でも、点Pは原点 $(0, 0)$ を出発点とする。

- (1) 2個のサイコロを1回投げて、点Pが $(-1, 0)$ にある確率を求めよ。
- (2) 2個のサイコロを3回投げて、点Pが $(2, 1)$ にある確率を求めよ。
- (3) 2個のサイコロを4回投げて、点Pが $(1, 1)$ にある確率を求めよ。

東京大学(理・前)2003年第5問

さいころを n 回振り、第1回目から第 n 回目までに出たサイコロの目の数 n 個の積を X_n とする。

- (1) X_n が5で割り切れる確率を求めよ。
- (2) X_n が4で割り切れる確率を求めよ
- (3) X_n が20で割り切れる確率を p_n とおく。 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log(1 - p_n)$

注意：さいころは1から6までの目が等確率で出るものとする。