東京大学 2002 年(理・前)第 2 問

nは正の整数とする。x^{n+1}をx^2-x-1 で割った余りをa_nx+b_nとおく。

(1) 数列a_n、b_n、$n=1,2,3,\cdots$は、$a_{n+1}=a_n+b_n$、$b_{n+1}=a_n$を満たすことを示せ。

(2) $n=1,2,3,\cdots$に対して、a_n、b_nは共に正の整数で、互いに素であることを証明せよ。

京都大学(理・前)2003年第4問

多項式$(x^{100}+1)^{100}+(x^2+1)^{100}+1$ は多項式x^2+x+1 で割り切れるか。

京都大学(理・前)2004年第3問

nを 2 以上の自然数とする。x^{2n}を$x^2-x+\dfrac{n-1}{n^2}$で割った余りをa_nx+b_nとする。

すなわち、xの多項式$P_n(x)$があって、$x^{2n}=P_n(x)\left(x^2-x+\dfrac{n-1}{n^2}\right)+a_nx+b_n$が成り立っているとする。

$\lim_{n\to\infty} a_n$, $\lim_{n\to\infty} b_n$ を求めよ。

京都大学 2013 年(文・前)第 3 問

nとkを自然数とし、整式x^nを整式$(x-k)(x-k-1)$で割った余りを$ax+b$とする。

(1) aとbはともに整数であることを示せ。

(2) aとbをともに割り切る素数は存在しないことを示せ。

東北大学 2007 年(理・前)第 1 問

nは 2 以上の自然数とする。x^nを$x^2-6x-12$ で割った余りをa_nx+b_nとおく。

(1) a_2, b_2を求めよ。

(2) a_{n+1}, b_{n+1}をa_nとb_nを用いて表せ。

(3) 各nに対して、a_n、b_nの公約数で素数となるものをすべて求めよ。