

北海道大学1999年(文・前)第3問

次の命題の真偽を述べ、その真偽を説明せよ。ただし、 $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}$ が無理数であることは用いてよい。

- (1) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ は無理数である。
- (2) x が実数である時、 $x^2 + x$ が有理数ならば、 x は有理数である。
- (3) x, y がともに無理数ならば、 $x + y, x^2 + y^2$ のうち少なくとも一方は無理数である。

京都大学1999年(理・前)第5問

以下の問いに答えよ。ただし $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{6}$ が無理数であることは使ってよい。

- (1) 有理数 p, q, r について $p + q\sqrt{2} + r\sqrt{3} = 0$ ならば、 $p = q = r = 0$ であることを示せ。
- (2) 実数係数に2次式 $f(x) = x^2 + ax + b$ について、 $f(1), f(1 + \sqrt{2}), f(\sqrt{3})$ のいずれかは無理数であることを示せ。

大阪大学2015年(理・前)第3問

以下の問いに答えよ。

- (1) $\sqrt{2}$ と $\sqrt[3]{3}$ が無理数であることを示せ。
- (2) $p, q, \sqrt{2}p + \sqrt[3]{3}q$ がすべて有理数であるとする。そのとき、 $p = q = 0$ であることを示せ。

早稲田大学2018年(理工・前)第3問

p を素数、 a, b, c を整数とする。次の問いに答えよ。

- (1) $\sqrt[3]{p}$ が無理数になることを示せ
- (2) $a(\sqrt[3]{p})^2 + b\sqrt[3]{p} + c = 0$ ならば、 $ap + b(\sqrt[3]{p})^2 + c\sqrt[3]{p} = 0$ となることを示せ。
- (3) $a(\sqrt[3]{p})^2 + b\sqrt[3]{p} + c = 0$ ならば、 $bc - a^2p + (b^2 - ac)\sqrt[3]{p} = 0$ となることを示せ。
- (4) $a(\sqrt[3]{p})^2 + b\sqrt[3]{p} + c = 0$ ならば、 $a = b = c = 0$ となることを示せ。